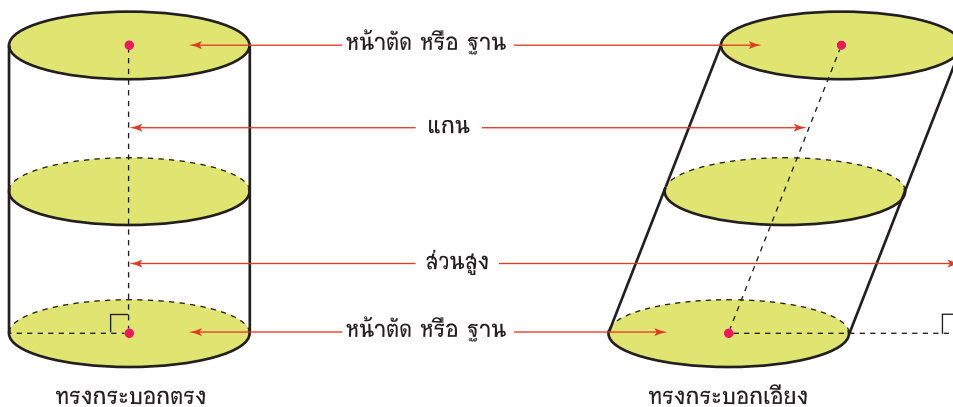


3.2 พื้นที่ผิวและปริมาตรของทรงกระบอก

ทรงกระบอก

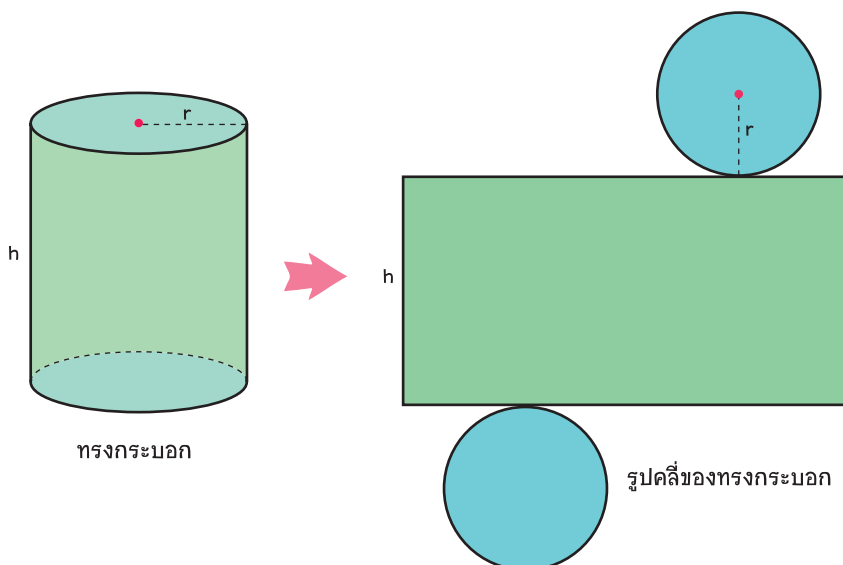
รูปเรขาคณิตสามมิติที่มีฐานเป็นวงกลมที่เท่ากันทุกประการและอยู่บนระนาบที่ขนานกัน และเมื่อตัดรูปเรขาคณิตนั้นด้วยระนาบที่ขนานกับฐานแล้วจะได้หน้าตัดเป็นวงกลมที่เท่ากันทุกประการกับฐานเสมอ เรียกรูปเรขาคณิตสามมิตินี้ว่า **ทรงกระบอก (cylinder)**

ภาพต่อไปนี้แสดงตัวอย่างของ**ทรงกระบอกตรง** ซึ่งเป็นทรงกระบอกที่มีแกนตั้งฉากกับฐาน และ**ทรงกระบอกเอียง** ที่มีแกนไม่ตั้งฉากกับฐาน ในที่นี้จะกล่าวถึงเฉพาะทรงกระบอกตรงเท่านั้น



พื้นที่ผิวของทรงกระบอก

โดยทั่วไปเราอาจเขียนรูปคลี่ของทรงกระบอกที่มีรัศมีของฐานยาว r หน่วย และสูง h หน่วย ได้ดังนี้



พื้นที่ผิวของทรงกระบอกจะเท่ากับพื้นที่ของรูปคลี่ของทรงกระบอก

$$\begin{aligned} \text{พื้นที่ผิวของทรงกระบอก} &= \text{พื้นที่หน้าตัดทั้งสอง} + \text{พื้นที่ผิวด้านข้าง} \\ &= [2 \times (\text{พื้นที่วงกลม})] + \text{พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก} \\ &= 2\pi r^2 + 2\pi rh \end{aligned}$$

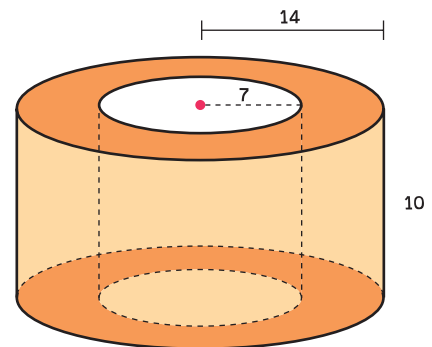
ดังนั้น พื้นที่ผิวของทรงกระบอกที่มีรัศมีของฐานยาว r หน่วย และสูง h หน่วย เท่ากับ $2\pi r^2 + 2\pi rh$ ตารางหน่วย

ตัวอย่าง โลหะทรงกระบอกกลวง มีรัศมีภายนอก 14 เซนติเมตร รัศมีภายใน 7 เซนติเมตร

สูง 10 เซนติเมตร จะมีพื้นที่ผิวทั้งหมดเท่าไร (กำหนด $\pi \approx \frac{22}{7}$)

วิธีทำ จากสูตร พื้นที่ผิวทั้งหมด = พื้นที่หน้าตัดหัวท้ายที่เป็นวงแหวน + พื้นที่ผิวภายนอก + พื้นที่ผิวภายใน

$$\begin{aligned} \text{พื้นที่วงแหวน} &= \pi R^2 - \pi r^2 \\ &= \pi(R^2 - r^2) \\ &= \pi(R + r)(R - r) \\ &= \frac{22}{7} \times (14 + 7)(14 - 7) \\ &= \frac{22}{7} \times 21 \times 7 \\ &= 462 \text{ ตารางเซนติเมตร} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \text{พื้นที่หน้าตัดหัวท้าย} &= 462 \times 2 \\ &= 924 \text{ ตารางเซนติเมตร} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{พื้นที่ผิวภายนอก} &= 2\pi rh \quad (r = 14) \\ &= 2 \times \frac{22}{7} \times 14 \times 10 \\ &= 880 \text{ ตารางเซนติเมตร} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{พื้นที่ผิวภายใน} &= 2\pi rh \quad (r = 7) \\ &= 2 \times \frac{22}{7} \times 7 \times 10 \\ &= 440 \text{ ตารางเซนติเมตร} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{พื้นที่ผิวทั้งหมด} &= 924 + 880 + 440 \\ &= 2,244 \text{ ตารางเซนติเมตร} \end{aligned}$$



ตัวอย่าง หลังคาผ้าใบของเต็นท์มีลักษณะเป็นทรงกระบอกผ่าครึ่ง ครอบคลุมพื้นที่ได้กว้าง 5 เมตร ยาว 10 เมตร จะต้องใช้ผ้าใบทำหลังคาอย่างน้อยกี่ตารางเมตร

วิธีทำ ความยาวของส่วนโค้งวงกลม

$$= \frac{1}{2} \times 2\pi r$$

$$= \pi r \quad \text{เมื่อ } r \text{ แทนรัศมีของเต็นท์}$$

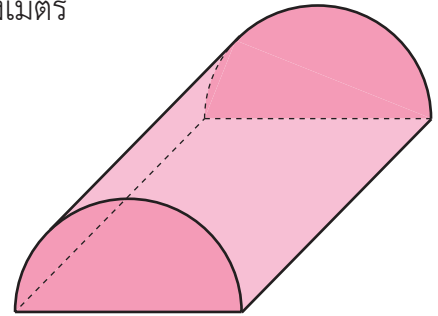
พื้นที่ของผ้าใบ

$$= \text{ความยาวของส่วนโค้งครึ่งวงกลม} \times \text{ความยาวของเต็นท์}$$

$$\approx (3.14 \times \frac{5}{2}) \times 10$$

$$\approx 78.5 \text{ ตารางเมตร}$$

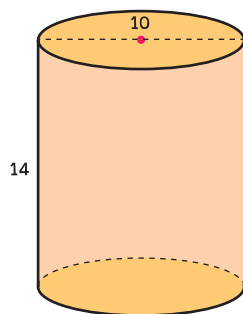
ดังนั้น จะต้องใช้ผ้าใบทำหลังคาอย่างน้อย 78.5 ตารางเมตร



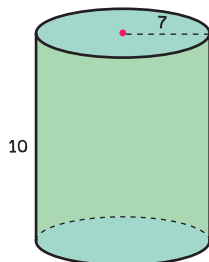
แบบฝึกหัดที่ 1

จงหาพื้นที่ผิวของทรงกระบอก (กำหนด $\pi \approx \frac{22}{7}$)

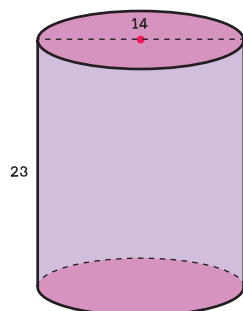
1



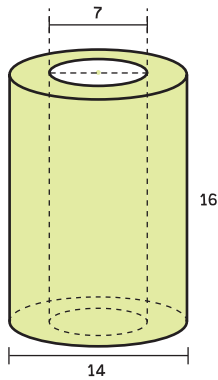
2



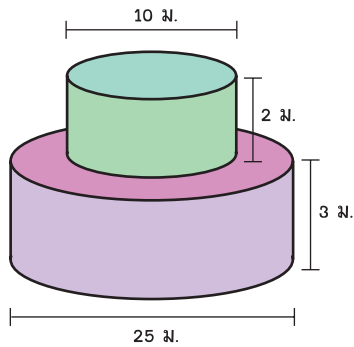
3



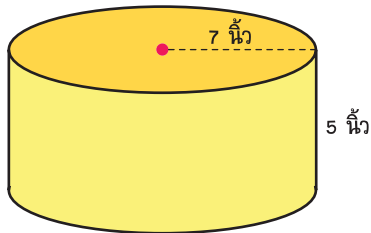
4



5



6



แบบฝึกหัดที่ 2

1

จากรูปขนมเค้กทรงกระบอกสองก้อน เส้นผ่านศูนย์กลางของเค้กก้อนบนกับก้อนล่างเป็น 20 เซนติเมตร และ 26 เซนติเมตร ตามลำดับ ความสูงของเค้กก้อนบนและเค้กก้อนล่างเป็น 8 เซนติเมตร และ 12 เซนติเมตร ตามลำดับ (กำหนด $\pi \approx \frac{22}{7}$)
 จงหาพื้นที่ผิวด้านนอกของขนมเค้กก้อนนี้ (ไม่คิดส่วนที่เป็นด้านล่างของเค้ก)



2

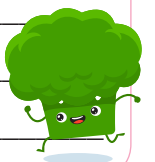
มะลิต้องการห่อแจกันทรงกระบอกด้วยกระดาษเป็นของขวัญให้เพื่อน ถ้าแจกันมีเส้นผ่านศูนย์กลาง 5 เซนติเมตร ยาว 28 เซนติเมตร อยากทราบว่าต้องใช้กระดาษขนาดเท่าไร ถ้าการห่อครั้งนี้รวมหิ้วท้ายด้วย

3

ที่บ้านของปิติมีถังเก็บน้ำทรงกระบอก จำนวน 2 ถัง รัศมีภายนอกได้ 1.4 เมตร สูง 3 เมตร ต้องการทาสีด้านข้างโดยต้องจ่ายค่าทาสีตารางเมตรละ 300 บาท อยากทราบว่าปิติจะต้องเสียค่าทาสีเท่าใด

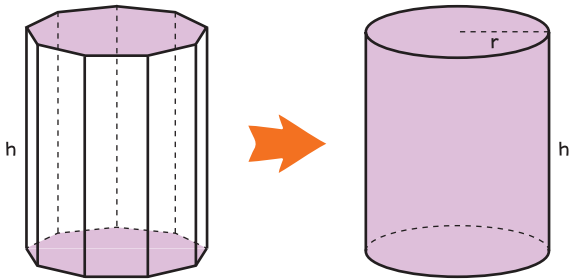
4

กระป๋องอาหารทรงกระบอกมีรัศมีภายในของฐาน 3.6 เซนติเมตร กระป๋องหนา 1 มิลลิเมตร เท่ากันตลอด และสูง 12 เซนติเมตร จงหาพื้นที่ผิวภายนอกของกระป๋องใบนี้



ปริมาตรของทรงกระบอก

ทรงกระบอกมีลักษณะใกล้เคียงกับปริซึมที่มีฐานเป็นรูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าที่มีจำนวนด้านมากๆ ดังนั้น การหาปริมาตรของทรงกระบอกจึงหาได้ในทำนองเดียวกันกับการหาปริมาตรของปริซึมนั้นเอง



นั่นคือ

$$\text{ปริมาตรทรงกระบอก} = \text{พื้นที่ฐาน} \times \text{ความสูง}$$

เนื่องจากพื้นที่ฐานหาได้จากพื้นที่ของวงกลมที่เป็นฐานของทรงกระบอก ซึ่งเท่ากับ πr^2 ดังนั้น

$$\text{ปริมาตรของทรงกระบอก} = \pi r^2 h$$

เมื่อ r แทนรัศมีของวงกลมที่เป็นฐานของทรงกระบอก และ h แทนความสูงของทรงกระบอก

ตัวอย่าง กระจกป้อนน้ำผลไม้ทรงกระบอกสูง 12 เซนติเมตร เส้นผ่านศูนย์กลาง 2.8 เซนติเมตร

บรรจุน้ำผลไม้เต็มกระจกป้อนได้ปริมาตรเท่าไร (กำหนด $\pi \approx \frac{22}{7}$)

วิธีทำ กระจกป้อนน้ำผลไม้มีรัศมีเท่ากับ $\frac{2.8}{2} = 1.4$ เซนติเมตร

$$\begin{aligned} \text{ปริมาตรของทรงกระบอก} &= \pi r^2 h \\ &= \frac{22}{7} \times 1.4 \times 1.4 \times 12 \\ &\approx 73.92 \text{ ลูกบาศก์เซนติเมตร} \end{aligned}$$

ดังนั้น บรรจุน้ำผลไม้เต็มกระจกป้อนได้ปริมาตรประมาณ 73.92 ลูกบาศก์เซนติเมตร

ตอบ ประมาณ 73.92 ลูกบาศก์เซนติเมตร

ตัวอย่าง หมูบ้านแห่งหนึ่งทำบ่อสำหรับกักเก็บน้ำมีลักษณะเป็นทรงกระบอกวัดเส้นผ่านศูนย์กลางภายในได้ 3.5 เมตร และวัดความลึกจากก้นบ่อถึงขอบปากบ่อได้ 6 เมตร

บ่อน้ำแห่งนี้จะจุน้ำได้เต็มเท่าใด (กำหนดให้ $\pi \approx \frac{22}{7}$)

วิธีทำ บ่อน้ำมีเส้นผ่านศูนย์กลางภายในยาว 3.5 เมตร
บ่อน้ำมีความลึกจากก้นบ่อถึงขอบปากบ่อ 6 เมตร



จาก ปริมาตรของทรงกระบอก = $\pi r^2 h$

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น บ่อน้ำจะจุน้ำได้เต็มบ่อประมาณ } & \frac{22}{7} \times \left(\frac{3.5}{2}\right)^2 \times 6 \text{ ลูกบาศก์เมตร} \\ & \approx \frac{22}{7} \times \left(\frac{3.5}{2}\right) \times \left(\frac{3.5}{2}\right) \times 6 \text{ ลูกบาศก์เมตร} \\ & \approx 57.75 \text{ ลูกบาศก์เมตร} \end{aligned}$$

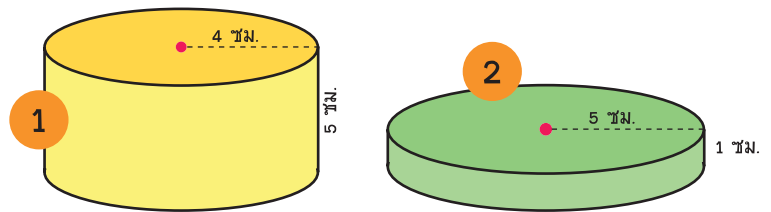
นั่นคือ บ่อน้ำนี้สามารถจุน้ำได้เต็มประมาณ 57.75 ลูกบาศก์เมตร



แบบฝึกหัดที่ 3

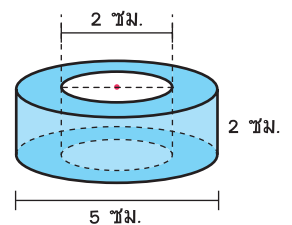
1. แท่งเหล็กต้น 2 แท่ง มีขนาด ดังรูป
จงตอบคำถามต่อไปนี้

1.1 ปริมาตรของแท่งเหล็ก 1
และแท่งเหล็ก 2 ประมาณเท่าไร



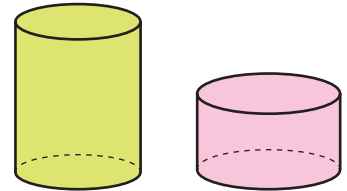
1.2 ปริมาตรของแท่งเหล็ก 1 และแท่งเหล็ก 2 ต่างกันเท่าไร

2. จงหาปริมาตรของวงแหวนทองเหลืองอันหนึ่ง ซึ่งมีขนาดดังรูป ($\pi = \frac{22}{7}$)



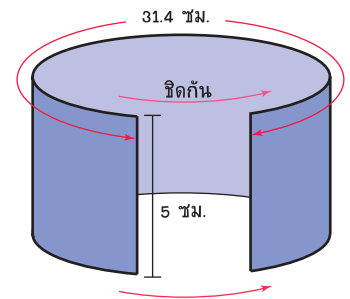
3

น้ำพริกเผาชนิดหนึ่งบรรจุในขวดทรงกระบอกสองใบ ใบหนึ่งสูงเป็นสองเท่าของอีกใบหนึ่ง แต่เส้นผ่านศูนย์กลางของปากขวดใบสูงยาวเพียงครึ่งหนึ่งของเส้นผ่านศูนย์กลางของปากขวดใบเตี้ย ถ้าผู้ขายคิดราคาน้ำพริกเผาขวดสูงไว้ 16 บาท และขวดเตี้ย 30 บาท ชื่อน้ำพริกเผาขวดใด จึงจะถูกกว่า (กำหนดให้ $\pi \approx \frac{22}{7}$)



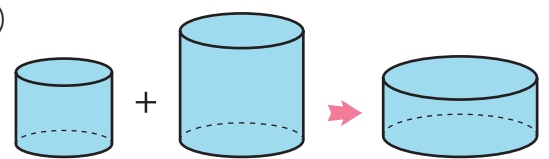
4

เมื่อนำกระดาษแข็งรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า มีด้านกว้าง 5 เซนติเมตร และด้านยาว 31.4 เซนติเมตร มาดัดโค้งงอให้ชิดกันแล้วปิดเชื่อมด้วยเทปกาวใส เป็นรูปทรงกระบอก (มีฐานปิดหัว-ท้าย) จงหาว่าปริมาตรของอากาศภายในทรงกระบอกนี้เป็นกี่ลูกบาศก์เซนติเมตร (ตอบในรูปติดค่าของ π โดยให้ $\pi \approx 3.14$)



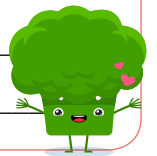
5

แท่งตะกั่วทรงกระบอกตัน 2 แท่ง แท่งแรกมีเส้นผ่านศูนย์กลาง 12 เซนติเมตร ยาว 12 เซนติเมตร แท่งที่ 2 มีเส้นผ่านศูนย์กลาง 16 เซนติเมตร ยาว 18 เซนติเมตร ถ้านำมาหลอมเป็นแท่งเดียว จะได้ตะกั่วเป็นทรงกระบอกยาว 11 เซนติเมตรพอดี อยากทราบว่าตะกั่วแท่งใหม่นี้มีเส้นผ่านศูนย์กลางเท่ากับเท่าไร (กำหนดให้ $\pi \approx \frac{22}{7}$)



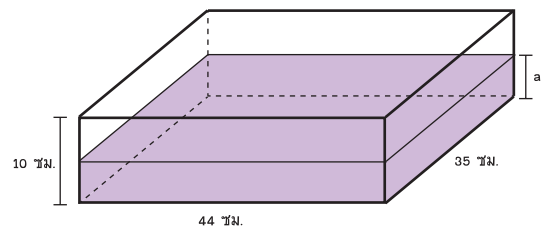
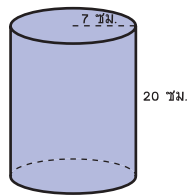
6

แท่งเหล็กทรงกระบอกเจาะตรงกลางออกเป็นแท่งปริซึมสี่เหลี่ยมผืนผ้า มีความกว้าง 4 เซนติเมตร และความยาว 6 เซนติเมตร โดยแท่งเหล็กมีรัศมีของฐานยาว 10 เซนติเมตร และสูง 12 เซนติเมตร จงหาปริมาตรของแท่งเหล็กทรงกระบอกนี้ (กำหนดให้ $\pi \approx 3.14$)



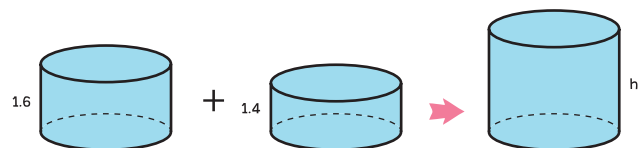
7

ภาชนะทรงกระบอกมีรัศมีภายใน 7 เซนติเมตร สูง 20 เซนติเมตร ถ้าภาชนะนี้บรรจุน้ำเชื่อมเต็มพอดี จะสามารถเทน้ำเชื่อมทั้งหมดใส่ภาชนะทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก กว้าง 35 เซนติเมตร ยาว 44 เซนติเมตร สูง 10 เซนติเมตร ระดับน้ำเชื่อมจะอยู่ต่ำกว่าปากภาชนะกี่เซนติเมตร (กำหนดให้ $\pi \approx \frac{22}{7}$)



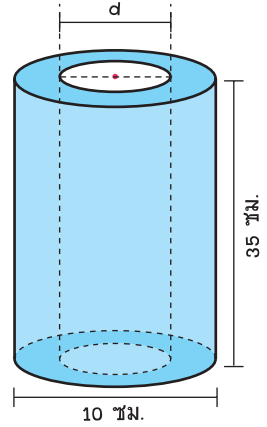
8

ถังพลาสติกรูปทรงกระบอกสองใบ มีความยาวรอบปากถังเท่ากัน แต่ความสูงของถังต่างกัน ใบแรกสูง 1.6 เมตร ใบที่สองสูง 1.4 เมตร ถ้าต้องการหาซื้อถังใบใหม่ที่มีปากถังเท่าเดิม แต่ความจุเท่ากับความจุของทั้งสองถังเดิมรวมกัน จงหาว่าถังใบใหม่ควรมีความสูงกี่เซนติเมตร (ให้ $\pi \approx \frac{22}{7}$)



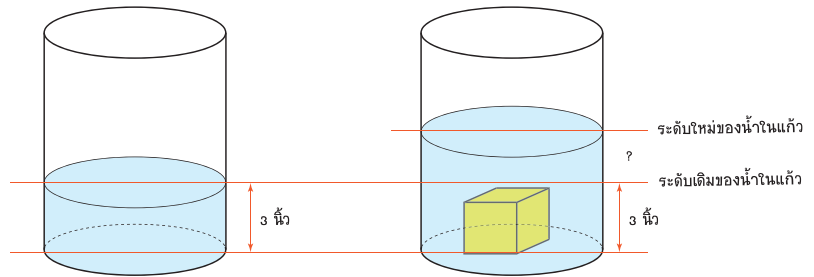
9

จงหาค่า d ที่ทำให้ปริมาตรของรูปทรงต่อไปนี้ มีค่าเท่ากับ 990 ลูกบาศก์เซนติเมตร



10

แก้วน้ำทรงกระบอกมีเส้นผ่านศูนย์กลางของฐานยาว 4 นิ้ว ใส่น้ำไว้สูงจากก้นแก้ว 3 นิ้ว ถ้านำโลหะลูกบาศก์ที่มีความยาวด้านละ 2 นิ้ว ใส่องไปในแก้ว ระดับน้ำในแก้วจะสูงกว่าระดับเดิมกี่นิ้ว



11

ปลากะป๋องบรรจุในกระป๋องทรงกระบอกสองชนิดที่มีความจุเท่ากันและมีขนาดดังรูป จงหาความสูง h ของกระป๋องใบเตี้ย (ความยาวที่กำหนดให้มีหน่วยเป็นเซนติเมตร)

